

## ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

**Τάξη:** Β΄ Γυμνασίου

**Όνοματεπώνυμο διδάσκοντος:**.....

**Μάθημα:** Γεωμετρία

**Τίτλος ενότητας:** Πυθαγόρειο θεώρημα

**Διδακτικές ώρες:** 2

### Στόχοι

1. Να γνωρίζουν οι μαθητές το Πυθαγόρειο θεώρημα και το αντίστροφό του.
2. Να μπορούν να υπολογίζουν μία πλευρά ενός ορθογωνίου τριγώνου, όταν δίνονται οι άλλες δύο.
3. Να ελέγχουν αν είναι ορθογώνιο ένα τρίγωνο με γνωστές πλευρές.
4. Να μπορούν να εφαρμόζουν το Πυθαγόρειο θεώρημα στην επίλυση προβλημάτων.

**Μέθοδος:** Βιωματική – Διερευνητική - Επαγωγική.

**Μορφή:** Εργαστηριακή προσέγγιση με συνεργατικό τρόπο και φύλλο εργασίας.

**Πορεία:** Εξέταση και υπενθύμιση προαπαιτούμενων γνώσεων, αφόρμιση, χωρισμός σε ομάδες και εργαστηριακή εξερεύνηση, διατύπωση εικασίας, απόδειξη, διατύπωση θεωρημάτων, εφαρμογή, αξιολόγηση.

**Διδακτικά μέσα:** Πίνακας, κιμωλίες, σχοινί, τετραγωνισμένο χαρτί, αυτοκόλλητες κόλλες, χαρτόνι, ψαλίδι, γεωμετρικά όργανα, φύλλο εργασίας.

### Ψυχολογική και γνωσιολογική προετοιμασία

A. Προαπαιτούμενες γνώσεις (σύντομη εξέταση - υπενθύμιση)

1. Έννοια ορθογωνίου τριγώνου.
2. Υπολογισμός μιας δύναμης.
3. Εμβαδόν τετραγώνου.

### B. Αφόρμιση

Για να προσελκύσουμε την προσοχή των μαθητών και να κεντρίσουμε το ενδιαφέρον τους, παρουσιάζουμε ένα σχοινί χωρισμένο με 13 κόμπους σε 12 ίσα μέρη και κατασκευάζουμε με αυτό τρίγωνο με μήκη πλευρών 3, 4 και 5. Στη συνέχεια ζητάμε από τους μαθητές να χαρακτηρίσουν αυτό το τρίγωνο αναφορικά με το είδος των γωνιών του. Η αναμενόμενη απάντηση των μαθητών είναι ότι το τρίγωνο αυτό είναι ορθογώνιο. Με αφορμή την παραπάνω κατασκευή θα κάνουμε μια σύντομη ιστορική αναφορά σχετικά με τον τρόπο που κατασκεύαζαν οι αρχαίοι Αιγύπτιοι ορθές γωνίες με τη βοήθεια της αρπεδόνης. Ταυτόχρονα θα δοθεί στους μαθητές μία φωτοτυπία στην οποία απεικονίζεται μια σχετική παράσταση από αιγυπτιακή τοιχογραφία. Κατόπιν θα θέσουμε τον προβληματισμό, αν η προαναφερθείσα κατασκευή έχει μαθηματική βάση και θα οδηγήσουμε έτσι τους μαθητές στην εξερεύνηση του θέματος.

## Παρουσίαση και επεξεργασία δεδομένων-Εξαγωγή συμπερασμάτων

Οι μαθητές θα χωριστούν σε ομάδες των 4 ή 5 ατόμων. Τα μέλη κάθε ομάδας θα εργασθούν ομαδικά και ατομικά. Ένας μαθητής (συντονιστής) θα σχεδιάσει ένα ορθογώνιο τρίγωνο στο τετραγωνισμένο χαρτί που θα δοθεί και θα μετρήσει τις πλευρές του. Οι υπόλοιποι θα κάνουν τους υπολογισμούς που θα τους ανατεθούν και θα ανακοινώσουν τα αποτελέσματα στα μέλη της ομάδας. Κάθε μέλος της ομάδας θα συμπληρώσει με τα αποτελέσματα των μετρήσεων και των υπολογισμών τον πίνακα του 1<sup>ου</sup> βήματος του φύλλου εργασίας που θα έχει δοθεί.

Στη συνέχεια, θα ζητηθεί από τις ομάδες, αφού λάβουν υπόψη τους τα αποτελέσματα των μετρήσεων και των υπολογισμών και αφού συζητήσουν το θέμα, να διατυπώσουν μία εικασία για τη σχέση που συνδέει τα μήκη των πλευρών ενός ορθογωνίου τριγώνου συμπληρώνοντας την αντίστοιχη ερώτηση του φύλλου εργασίας (2<sup>ο</sup> βήμα). Οι απαντήσεις και οι απόψεις όλων των ομάδων θα συζητηθούν στην ολομέλεια της τάξης. Αν δεν καταφέρουν όλες οι ομάδες, λόγω του σφάλματος των μετρήσεων, να οδηγηθούν στην αναμενόμενη εικασία, τότε θα παρουσιάσουμε στους μαθητές την παρακάτω πρακτική απόδειξη στην οποία το Πυθαγόρειο θεώρημα συνδέεται με τα εμβαδά των τετραγώνων που έχουν πλευρές τις πλευρές ενός ορθογωνίου τριγώνου.

Σε φορητό πίνακα μαρκαδόρου θα έχουμε σχεδιάσει ένα ορθογώνιο τρίγωνο και εξωτερικά πάνω στις πλευρές του τετράγωνα με μήκη πλευρών τις αντίστοιχες πλευρές του τριγώνου. Τα τετράγωνα με πλευρές τις κάθετες πλευρές του ορθογωνίου τριγώνου θα έχουν καλυφθεί με αυτοκόλλητη χρωματιστή κόλλα που χρησιμοποιείται για το ντύσιμο των βιβλίων. Μέσα στο μάθημα θα αποκολληθούν οι κόλλες αυτές από τα δύο τετράγωνα και με αυτές θα καλυφθεί το τετράγωνο της υποτεινουσας κόνοντας το μεγαλύτερο τετράγωνο σε κατάλληλα κομμάτια.

Μετά την πρακτική απόδειξη πιστεύεται ότι όλοι οι μαθητές θα έχουν κατανοήσει πλήρως τη σχέση που συνδέει τα μήκη των πλευρών ενός ορθογωνίου τριγώνου.

Κατόπιν θα γίνει από τους μαθητές μία γεωμετρική απόδειξη με εμπειρικό τρόπο, η οποία αναφέρεται στο 3<sup>ο</sup> βήμα του φύλλου εργασίας. Η απόδειξη αυτή στηρίζεται στην οπτική απόδειξη του H. E. Dudeney (1917). Για εξοικονόμηση χρόνου θα δοθεί έτοιμο το σχήμα στους μαθητές, φωτοτυπημένο σε χαρτόνι μεγέθους A4 και οι μαθητές απλώς θα κόψουν τα σχήματα και θα ενεργήσουν σύμφωνα με το φύλλο εργασίας σε ατομικό επίπεδο, χωρίς να αποκλείεται και η συνεργασία μεταξύ των μελών της κάθε ομάδας. Προτιμάμε αυτή την απόδειξη, γιατί τα 4 σχήματα στα οποία χωρίζεται το τετράγωνο ΑΓΖΗ είναι ίσα μεταξύ τους και οι μαθητές δε θα δυσκολευτούν να καλύψουν το τετράγωνο ΒΓΔΕ με τα σχήματα αυτά και το τετράγωνο ΑΒΘΙ. Στη συνέχεια, θα συζητηθεί η δραστηριότητα του σχολικού βιβλίου και θα ακολουθήσει η διατύπωση του Πυθαγορείου θεωρήματος.

Τέλος, θα ζητηθεί από τους μαθητές να εξετάσουν αν ισχύει η παραπάνω σχέση για οποιοδήποτε τρίγωνο επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία των μετρήσεων και των υπολογισμών και για μη ορθογώνια τρίγωνα (4<sup>ο</sup> βήμα). Θα προκύψει έτσι το αντίστροφο του Πυθαγορείου θεωρήματος, το οποίο και θα διατυπωθεί ως θεώρημα.

## Εφαρμογή

Αφού ολοκληρωθεί η παραπάνω διαδικασία, θα τονισθεί ότι σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο μπορούμε, λόγω της σχέσης που συνδέει τα μήκη των πλευρών του, να υπολογίζουμε μια πλευρά όταν γνωρίζουμε τις άλλες δύο. Ως εφαρμογή θα δοθεί ένα ορθογώνιο τρίγωνο με κάθετες πλευρές 6 και 8 cm και θα ζητηθεί από τους μαθητές να υπολογίσουν την υποτεινουσα του τριγώνου αυτού.

Στη συνέχεια, ως εφαρμογή του αντίστροφου του Πυθαγορείου θεωρήματος, θα γίνει ο έλεγχος της κατασκευής που αναφέρθηκε στην αφόρμιση, δηλαδή αν είναι ορθογώνιο ένα τρίγωνο με πλευρές 3, 4 και 5 μονάδες μήκους.

### **Ανακεφαλαίωση**

Ως ανακεφαλαίωση θα ζητηθεί από τους μαθητές να διατυπώσουν το Πυθαγόρειο θεώρημα και το αντίστροφό του.

### **Αξιολόγηση**

Για αξιολόγηση της διδασκαλίας θα ζητηθεί να λύσουν οι μαθητές τις ασκήσεις 5 και 6 του φύλλου εργασίας.

### **Εργασία για το σπίτι**

Τέλος, για εμπέδωση του Πυθαγορείου θεωρήματος και των εφαρμογών του θα δοθεί ως εργασία για το σπίτι η επίλυση των ασκήσεων 7, 8 και 9 του φύλλου εργασίας.